928. D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2017). Esempi significativi di storia della matematica per l'attività in aula. In: D'Amore, B., & Sbaragli, S. (Editors) (2017). *Matematica, didattica e scuola: fra ricerca e prassi quotidiana*. Atti del XXXI Convegno Nazionale Incontri con la matematica, Castel San Pietro (Bo), 10-12 XI. Pagg. 13-18. ISBN: 88-371-1936-4.

Esempi significativi di storia della matematica per l'attività in aula

Bruno D'Amore¹ e Silvia Sbaragli^{1,2}

¹ NRD, c/o Dipartimento di Matematica, Università di Bologna ² Dipartimento Formazione e Apprendimento, Locarno, Svizzera

Abstract. For decades, we have studied and evaluated the possible contribution of the History of Mathematics to the teaching-learning activity, at different levels of schooling. This paper proposes once again a critical analysis of this methodological possibility, based on different paths and possible ways.

1. Storia della matematica a scuola, come strumento per l'insegnamentoapprendimento della matematica

Sono almeno tre le modalità che le pluriennali ricerche ed esperienze hanno messo in evidenza, quando si decide di far uso della Storia della Matematica nell'ambito dell'insegnamento-apprendimento della Matematica (M) (Bagni, 2000, 2004; Barbin, Bagni et al., 2000; D'Amore, Radford, Bagni, 2006; Fauvel, van Maane Siu, 2006; Siu, Bagni et al., 2000):

- a) analisi epistemologica dell'evoluzione della M stessa;
- b) relazioni fra linguaggi, modalità, interessi specifici della M;
- c) evidenziazione dell'impegno degli esseri umani nella creazione della M.

In a) si analizza il fatto che la M che gli esseri umani creano da decine di migliaia d'anni non è stata sempre la stessa e che un'evoluzione epistemologia cambia di fatto la natura stessa della matematica. Solo come esempio, si pensi al passaggio da oggetti matematici come strumenti a oggetti matematici come soggetti di studio di per sé stessi (Sfard, 1991).

Esempio 1. I numeri.

Oggetto di forte discussione fra diverse scuole di antropologia della matematica è la datazione delle prime espressioni matematiche consapevoli da parte degli esseri umani, basate sui ritrovamenti di strumenti di conteggio. Una ragionevole via di mezzo propone il 60000. Ma per passare dal numero

pensato come puro strumento a una raffinata accettazione del numero come oggetto in sé, meritevole di uno studio specifico, bisogna aspettare il VI - V sec., Talete e Pitagora (D'Amore, Matteuzzi, 1976; D'Amore, Sbaragli, 2017). Esempio 2. Le equazioni.

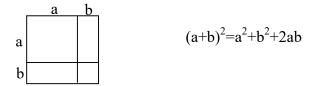
Sono ben note tavolette sumere che propongono problemi concreti per risolvere i quali vengono a volte suggeriti come strumenti delle equazioni anche abbastanza complesse; ma le equazioni sono viste come meri artifici di calcolo. Una teoria delle equazioni per come le conosciamo oggi nasce solo nel Rinascimento, quando i matematici azzardano un sofisticato studio delle equazioni in sé, come oggetto matematico e non solo come strumento. (D'Amore, Matteuzzi, 1975; D'Amore, Sbaragli, 2017).

Nello studio di a) si sono delineate nel tempo due modalità di sviluppo delle idee della M, superposizione e accumulazione, il cui studio analitico fornisce all'insegnante un potente strumento didattico per far capire agli studenti che cos'è il progresso in campo matematico (D'Amore, 2001). Questa spiegazione è stata utilizzata sia in campo epistemologico avanzato, sia nella pratica didattica.

Sempre nel campo denominato a) possiamo situare la teoria degli ostacoli epistemologici, elaborata all'interno della teoria delle situazioni da Guy Brousseau fin dalle sue origini. Non solo questa teoria fornisce spunti di carattere epistemologico, ma è una fonte formidabile di criteri analitici e valutativi sul piano strettamente didattico, dato che permette di valutare una diciamo così posizione evolutiva dello studente in corso di apprendimento teorico (D'Amore, 1999). Va sottolineato, a onor del vero, che vi sono posizioni critiche molto interessanti a questo riguardo (D'Amore, Radford, Bagni, 2006).

In b) si evidenzia il fatto che, con il passare del tempo, gli interessi della M cambiano perché ne cambiano i linguaggi, le modalità stesse di espressione e di applicazione. E, di conseguenza, gli ambiti e i contenuti.

Esempio 1. L'algebra figurata o geometrica di Euclide (libro II degli *Elementi*) e l'algebra simbolica del Rinascimento (F. Viète e R. Descartes) (D'Amore, Sbaragli, 2017).



Esempio 2. La geometria sintetica dalle origini al Rinascimento e la geometria analitica (D'Amore, Matteuzzi, 1975; D'Amore, Sbaragli, 2017).

Il caso c) è il più discusso, tanto che richiede una breve premessa.

Le citazioni di risultati matematici o di personaggi del mondo della M a scuola tende come a schiacciare cronologicamente tutto ciò verso il più lontano, l'antico. Per uno studente che sente nominare nei diversi anni scolastici Talete, Pitagora, Euclide, Galilei, Cartesio, Leibniz, Newton, Dedekind , ... è fonte di stupore indicibile sapere che si tratta di un intervallo temporale di ben oltre 2000 anni. E il fatto di sentir sempre citare risultati e nomi del passato finisce con il far credere che la M sia disciplina, appunto, antica, morta, divenendo anche per persone colte fonte di meraviglia il fatto che "ancora oggi" ci siano matematici che creano. ¹

La M è spesso avvertita come una disciplina a-umana, creata da chissà quale misterioso ente spirituale, alla quale l'essere umano solo si avvicina con stupore. E se talvolta i suoi risultati sono accostati a un nome (vedi sopra), è perché questi sono personaggi non appartenenti alla categoria degli esseri umani "normali", ma a una specie diversa, imparagonabili a chi ci circonda quotidianamente.

A noi questo atteggiamento sembra assi negativo. Ci sembra che allontani lo studente dall'interesse e dal gusto di saperne di più.

Si tratta dunque di restituire umanità al volto della M che, tra l'altro, noi consideriamo un umanesimo: studio voluto e sentito come necessario dall'essere umano per bisogni tipici dell'essere umano: conoscenza e utilità (non solo concreta, ma anche spirituale), che mette al centro della sua evoluzione l'essere umano stesso.

Non si tratta dunque solo, come ironizza qualcuno, di raccontare "storielle" o biografie sui o dei matematici, ma di far capire quali siano i bisogni, concreti o astratti, necessità materiali o solo intellettuali, che hanno spinto esseri umani in carne e ossa a porsi problemi, a risolverli, a definire, a dimostrare, dunque dando concretezza significativa all'attività dei matematici nelle diverse epoche e tutt'oggi. Parafrasando Carl Jacobi, l'unico scopo della creazione della matematica è l'onore dello spirito umano; e non possiamo che estendere facilmente questo aforisma al caso della creazione dell'arte (figurativa o meno) (D'Amore, 2015).

Onestamente, per dir proprio la verità, noi non siamo nemmeno contrari alle storie narrate, purché siano corrette anche se non necessariamente pedanti; anche se fanno uso di aneddoti, avvertendo lo studente che solo di questo si tratta. Tutto ciò allo scopo di incuriosire, animare, rallegrare un'ora di M con 10 minuti di leggerezza il che, ci insegna Italo Calvino, non vuol necessariamente dire vacuità: «(...) 1) un alleggerimento del linguaggio per cui i significati vengono convogliati su un tessuto verbale come senza peso, fino ad assumere la stessa rarefatta consistenza (...); (...) 2) la narrazione d'un ragionamento o d'un processo psicologico in cui agiscono elementi sottili e

_

¹ Una ambasciatrice ha chiesto una volta a uno di noi: «Ma come, ma la ricerca in matematica non è finita da un pezzo? Come si fa a ricercare ancora?». Preferiamo evitare commenti, peraltro assai facili.

impercettibili, o qualunque descrizione che comporti un alto grado d'astrazione (...); (...) 3) una immagine figurale di leggerezza che assuma un valore emblematico (...)» (Calvino,1988).

Abbiamo in questo settore molte decine di esempi disponibili, a tutti i livelli scolastici.

2. Materiali utili per l'uso dello strumento "storia delle matematica in aula"

Negli anni sono stati proposti molti testi – stimolo come fonti di ispirazione per la realizzazione di vere e proprie lezioni di storia della matematica, per qualsiasi livello scolastico, nelle tre direzioni indicate nel paragrafo precedente.

Molta diffusione ebbero i tre volumi di D'Amore e Speranza (1989, 1992, 1995), una raccolta di esempi di insegnamento della M attraverso temi di storia.

Vennero pubblicati vari manuali scritti sotto forma di narrazione biografica, per cercare di soddisfare le implicite richieste del caso c) descritto in 1. Per motivi personali affettivi, citiamo a mo' di esempio Bagni (2000b).

E altri testi a carattere storico, ma tematico, adatti anche alla scuola primaria; per esempio D'Amore e Fañdino Pinilla (2011).

Molti sono anche gli articoli scritti su questi argomenti, sia con funzione di ricerca critica e analisi delle possibilità, con pro e contro.

A nostro avviso, una grande potenzialità di uso didattico concreto si crea con un manuale di Storia della M, molto dettagliato ma non eccessivamente tecnico, manuale nel quale, oltre agli aspetti epistemologici e quelli propriamente evolutivi trovi spazio almeno qualche tratto umano: i luoghi fisici geografici degli avvenimenti matematici, gli eventi storici che si sviluppavano in quegli stessi momenti, il clima sociale e culturale nel quale tali creazioni matematiche hanno avuto luogo.

Esempio 1. Il lavoro solitario di Archimede a Siracusa, adatto a qualsiasi livello scolastico.

Esempio 2. La famosa storia della genialità del piccolo Gauss, nel calcolo della somma di 1+2+...+99+100.

Esempio 3. La risoluzione delle equazioni di III e IV grado nel mondo rinascimentale italiano, nell'ambito delle matematiche disfide, veri e propri duelli ... a suon di problemi matematici.

Abbiamo realizzato uno strumento del genere, una Storia della M pensata non tanto come contributo alla ricerca scientifica in tale disciplina, ma come strumento in grado di fornire informazioni, letture, dati, esempi, squisitamente didattici (D'Amore, Sbaragli, 2017). Come dice il titolo, si tratta di una storia parziale, dalle origini al Medioevo, alla quale seguiranno altri due volumi, dal Medioevo al XVIII secolo e poi dal XIX secolo ai giorni nostri.

L'idea base è quella di fornire materiali che l'insegnante può adattare alle proprie esigenze e che, opportunamente tarati ed adeguati, possono essere utilizzati a vari livelli scolastici, perfino in primaria.

Una saggia mescolanza dei tre punti precedente delineati, a), b) e c) potrebbe davvero cambiare le sorti di affetto nei riguardi della matematica a scuola.

Bibliografia

- Bagni, G.T. (2000a). The role of the History of Mathematics in Mathematics Education: reflections and examples. In Schwank, I. (Ed.). *Proceedings of CERME-1* (II, pp. 220–231). Osnabrueck: Forschungsinstitut fuer Mathematikdidaktik.
- Bagni, G. (2000b). Matematici. Treviso: Antilia.
- Bagni, G.T. (2004). Storia della matematica in classe: scelte epistemologiche e didattiche. *La matematica e la sua didattica*, 3, 51–70.
- Barbin, E., Bagni, G. T., Grugnetti, L., Kronfellner, M., Lakoma, E. & Menghini, M. (2000). Integrating history: research perspectives. In Fauvel, J. & van Maanen, J. (Eds.). *History in Mathematics Education. The ICMI Study* (pp. 63–66). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Calvino, I. (1988). Lezioni americane. Sei proposte per il prossimo millennio. Milano: Garzanti.
- D'Amore, B. (1999). Elementi di didattica della matematica. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B. (2001). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica". *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-30.
- D'Amore, B. (2015). Arte e matematica. Metafore, analogie, rappresentazioni, identità tra due mondi possibili. Bari: Dedalo.
- D'Amore, B., & Fandiño-Pinilla, M. I. (2011). Spunti di storia della matematica ad uso didattico nella scuola primaria. Progetto: Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere. Vol. 6. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., & Matteuzzi, M. L. M. (1975). *Dal numero alla struttura*. Bologna: Zanichelli.
- D'Amore, B., & Matteuzzi, M. L. M. (1976). *Gli interessi matematici*. Venezia: Marsilio.
- D'Amore, B., Radford, L., & Bagni, G. T. (2006). Ostacoli epistemologici e prospettiva socio-culturale. L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 19B, 1, 11-40. (Versione in spagnolo: 2007, Obstáculos Epistemológicos y Perspectiva Socio-Cultural de la Matemática. Colección Cuadernos del Seminario en Educación 10. IIEDU, Instituto de Investigación en Educación. Facultad de Ciencias Humanas. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá: Apsis).
- D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2017). La matematica e la sua storia: dalle origini al Medioevo. Un viaggio coinvolgente e appassionante nei meandri del tempo. Bari: Dedalo.
- D'Amore, B., & Speranza, F. (Eds.) (1989). Lo sviluppo storico della matematica Spunti didattici. Vol. primo. Roma: Armando.

- D'Amore, B., & Speranza, F. (Eds.) (1992). Lo sviluppo storico della matematica Spunti didattici. Vol. secondo. Roma: Armando.
- D'Amore B., & Speranza; F. (Eds.) (1995). La matematica e la sua storia. Alcuni esempi per spunti didattici. Milano: Angeli.
- Fauvel, J., & van Maanen J. A. (Eds.) (2000). *History in Mathematics Education An ICMI Study (NEW ICMI STUDIES SERIES Volume 6) (New ICMI Study Series)*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fried, M. N. (2001). Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? *Science & Education*, 10 (4), 391–408. doi:10.1023/A:1011205014608. [CrossRef]
- Jahnke, H. N. (Ed.). (2000). The Use of Original Sources in the Mathematics Classroom. In Fauvel, J. & van Maanen, J. (Eds). *History in Mathematics Education: The ICMI Study*. 291–328. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. Educational Studies in Mathematics, 22(1), 1-36.
- Siu, M. K. (2006). "No, I Don't Use History of Mathematics in My Class. Why". In Furinghetti, F. et al. (Eds.). *Proceedings of HPM2004 & ESU4*. 268–77. Uppsala Universitet. http://hkumath.hku.hk/~mks/10thICMI-MKS.pdf.
- Siu, M. K., Bagni, G. T. et al. (2000). Historical support for particular subject. In Fauvel, J. & van Maanen, J. (Eds.). *History in Mathematics Education. The ICMI Study* (pp. 241–243). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Parole chiave: uso della storia della matematica nel processo di insegnamento – apprendimento della matematica; didattica della matematica; strumenti per la storia della matematica.